

УДК 539.3+539.4

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВОЛИНЕЙНО АРМИРОВАННЫХ ВОЛОКНИСТЫХ КОМПОЗИТОВ**Вожов С.О.,****научный руководитель канд. физ.-мат. наук Федорова Н. А.****Сибирский Федеральный Университет****Институт космических и информационных технологий**

В работах [1,2,3] на основе структурной модели в рамках линейной неоднородной осесимметричной задачи упругости получена разрешающая система уравнений, описывающая поведение армированной кольцевой пластины. Система сформулирована относительно перемещений u_r, u_θ в полярной системе координат (ρ, θ) . Система и граничные условия представляют собой обобщенную двухточечную краевую задачу для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Коэффициенты системы содержат полный набор структурных характеристик: число семейств армирующих волокон, механические характеристики материалов связующего и волокна, интенсивность и тригонометрические функции углов армирования. Для численного решения разрешающая система сводилась к системе 4-х дифференциальных уравнений первого порядка, затем строилась разностная схема, аппроксимирующая систему дифференциальных уравнений и аппроксимировались краевые условия со вторым порядком точности. Полученная при этом система линейных уравнений с трехдиагональной матрицей решалась методом ортогональной прогонки.

Проверка условий разрушения упруго армированного материала имеет свои особенности. Пусть материал изотропного связующего имеет различные пределы прочности при растяжении σ_c^+ и сжатии σ_c^- . Тогда в случае плоского напряженного состояния условие прочности Мизеса-Баландина для неоднородного материала через напряжения $\sigma_\rho^c, \sigma_\theta^c, \sigma_{\rho\theta}^c$ в связующем для полярной системы координат имеют вид

$$(\sigma_\rho^c)^2 + (\sigma_\theta^c)^2 + 3(\sigma_{\rho\theta}^c)^2 - (\sigma_\rho^c)(\sigma_\theta^c) - (\sigma_c^+ - \sigma_c^-)(\sigma_\rho^c + \sigma_\theta^c) < \sigma_c^+ \sigma_c^- \quad (1)$$

Для семейств армирующих волокон предполагаем, что пределы прочности (текучести) m -го семейства волокон при растяжении σ_m^+ и сжатии σ_m^- различны. Армирующие семейства волокон остаются упругими, если выполняются неравенства

$$-\sigma_m^- < E_m \varepsilon_m < \sigma_m^+ \quad (2)$$

Таким образом, для проверки прочности армированного материала необходимо анализировать два условия: условие на прочность материала связующего (1) и условие на прочность армирующих волокон (2).

На основании выше изложенного следует ввести понятие *предельного упругого состояния* в некоторой точке рассматриваемой конструкции. По достижении этого состояния хотя бы в одной точке либо в связующем, либо в волокне происходит выход за пределы упругости (напряжение превышает предел текучести). В данной точке может возникнуть микроразрушение. Уравнениями, сформулированными в рамках теории упругости, мы уже не можем пользоваться.

Рассмотрим армирование кольцевой пластины по траекториям семейств логарифмических спиралей и спиралей Архимеда (рис. 1).

Механические и геометрические параметры материалов связующего (алюминий) и стальных волокон приведены в таб. 1.

Таблица 1

Тип армирования	ν	E , ГПа	E_1 , ГПа	E_2 , ГПа	ω_{01}	ω_{02}	$tg \varphi_{01}$	$tg \varphi_{02}$
<i>I</i>	0,3	70	200	200	0,3	0,3	0,3	0,2
<i>II</i>	0,3	70	200	200	0,05	0,0376	0,3	0,2
<i>III</i>	0,3	70	200	200	0,10	0,318	0,3	0,2

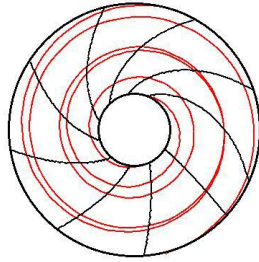


Рис. 1

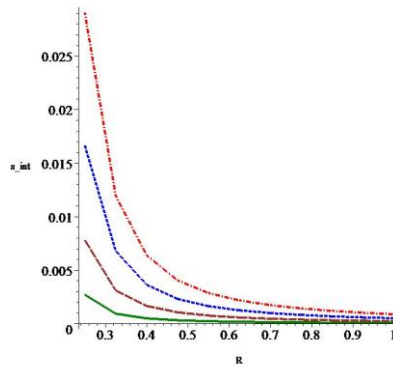


Рис. 2

Углы и интенсивности армирования для рассматриваемой пластины имеют вид [2]

$$tg \varphi_1 = \frac{\rho tg \varphi_{01}}{\rho_0}, \quad tg \varphi_2 = tg \varphi_{02} = Const, \quad \omega_1 = \frac{\omega_{01} \sqrt{\rho_0^2 + \rho^2 tg^2 \varphi_{01}}}{\rho \sqrt{1 + tg^2 \varphi_{01}}}, \quad \omega_2 = \frac{\omega_{02}}{\rho},$$

где $\varphi_{01}, \varphi_{02}, \omega_{01}, \omega_{02}$ – заданные угол выхода арматуры и интенсивности армирования первым и вторым семействами волокон на внутреннем контуре ρ_0 .

Зависимость относительной интенсивности напряжений от относительного радиуса пластины для трех вариантов интенсивностей армирования из таб. 1 и различных амплитуд внешней нагрузки показаны на рис. 2 – 4. Обозначим амплитуду внешней нагрузки Amp . На рисунках выводим четыре типа графиков: 1 – сплошная линия ($Amp=0,5$), 2 – линия, состоящая из тире ($Amp=1$), 3 – линия, состоящая из точек ($Amp=1,5$), 4 – линия, состоящая из точек-тире ($Amp=2$).

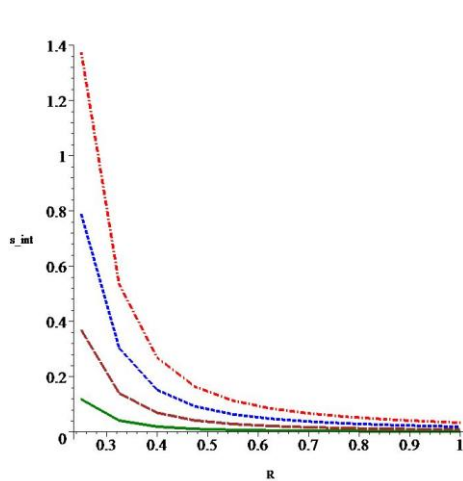


Рис. 3

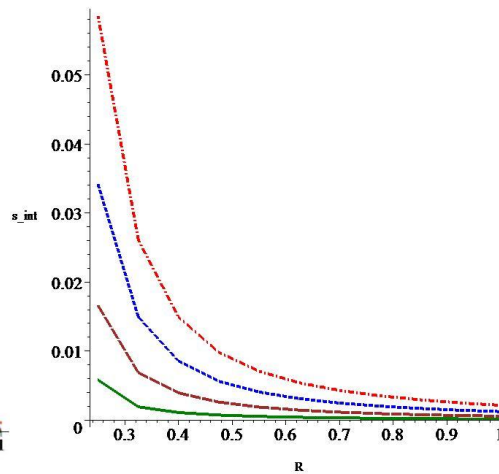


Рис. 4

Геометрия и материал фиксированы, изучаем при изменении плотности (интенсивности) армирования возможность достижения предельного упругого состояния, установления критической нагрузки.

На рис. 5 – 7 показана зависимость относительного напряжения в первом волокне от относительного радиуса пластины для рассмотренных вариантов армирования и амплитуд внешней нагрузки.

Анализ графиков показывает, что предельное состояние наступает раньше в связующем, чем в волокнах. В связующем для всех трех типов укладки при росте амплитуды достигается предельное состояние, особенно быстро оно наступает для второго типа армирования.

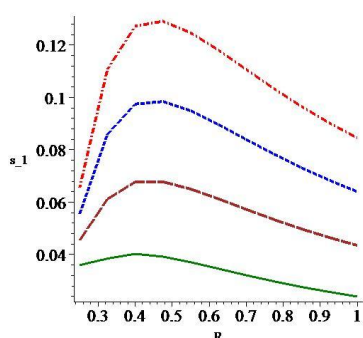


Рис. 5

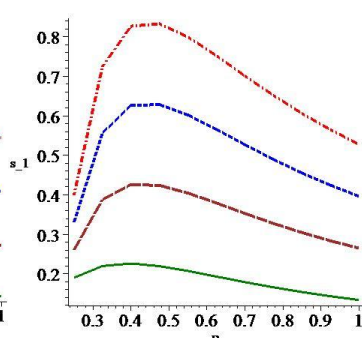


Рис. 6

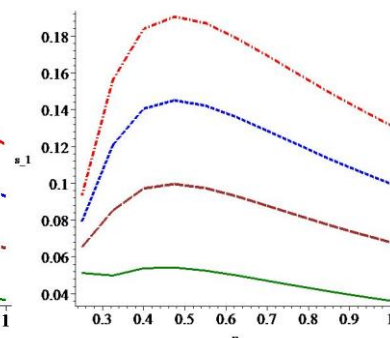


Рис. 7

Предложенная методика позволяет прогнозировать поведение композита при различных вариантах механических свойств связующего и волокна, начальных стадий технологического процесса, выбора криволинейных траекторий армирования и их числа, размера внутреннего отверстия кольцевой пластины. Не решая задачи оптимизации, устанавливаем предельные амплитуды внешней нагрузки.

Список литературы

- [1] Немировский Ю. В., Федорова Н. А. Математическое моделирование плоских конструкций из армированных волокнистых материалов. Красноярск: СФУ, 2010. С. 136.
- [2] Федорова Н. А. Моделирование изогонально армированных кольцевых пластин в полярной системе координат // Журнал Сибирского федерального университета, математика и физика, 2011 4(3). С. 400 – 405.
- [3] Немировский Ю. В., Федорова Н. А. Исследование рациональных структур криволинейного армирования в полярной системе координат. Материалы III международной конференции «Математическая физика и ее приложения». Самара, 27 августа – 1 сентября 2012 г. С. 211-213.
- [4] Федорова Н. А. , Вожов С. О. Управление рациональными структурами криволинейного армирования в полярной системе координат. Материалы XVI Международной научной конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева (7-9 ноября 2012, г. Красноярск). С. 549-550.